CENTRALNA
KOMISJA
EGZAMINACYJNA

EGZAMIN MATURALNY
W ROKU SZKOLNYM 2014/2015

FORMUŁA OD 2015
(„NOWA MATURA”)

MATEMATYKA
POZIOM PODSTAWOWY

ZASADY OCENIANIA ROZWIĄZAŃ ZADAŃ
ARKUSZ MMA-P1

CZERWIEC 2015

Klucz punktowania zadań zamkniętych

Nr zad.	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**	**13**	**14**	**15**	**16**	**17**	**18**	**19**	**20**	**21**	**22**	**23**	**24**	**25**
Odp.	D	D	B	C	D	D	C	B	A	C	D	C	B	A	A	B	C	C	C	A	B	A	A	B	D

Schemat oceniania zadań otwartych

Zadanie 26. (0–2)

Rozwiąż nierówność $3x^2-9x\le x-3$.

<u>Rozwiązanie</u>
Rozwiązanie nierówności kwadratowej składa się z dwóch etapów.
Pierwszy etap może być realizowany na 2 sposoby.

<u>I sposób rozwiązania</u> (realizacja pierwszego etapu)
Zapisujemy trójmian w postaci $3x^2-10x+3$ i znajdujemy jego pierwiastki

- obliczamy wyróżnik tego trójmianu:

$$\Delta=100-4\cdot 3\cdot 3=64 \quad \text{i stąd} \quad x_1=\frac{10-8}{6}=\frac{1}{3} \quad \text{oraz} \quad x_2=\frac{10+8}{6}=3$$

albo

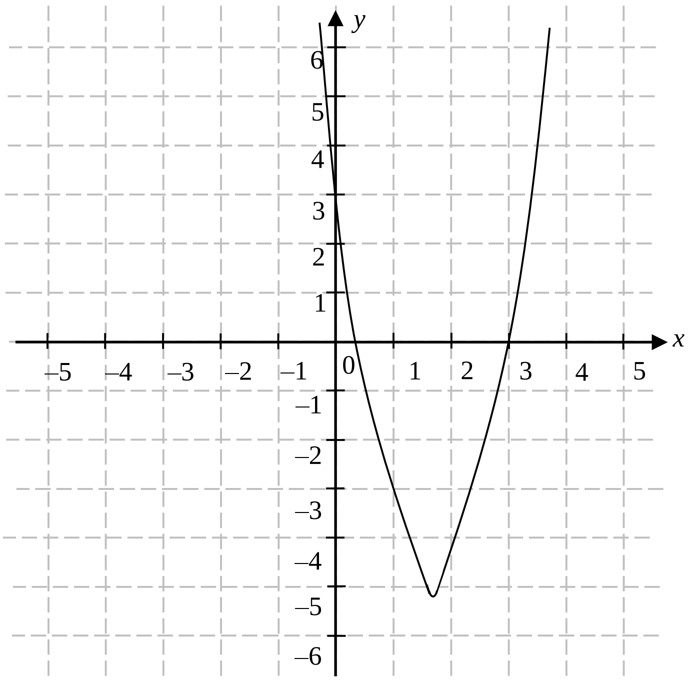
- stosujemy wzory Viète'a:

$$x_1\cdot x_2=1 \text{ oraz } x_1+x_2=\frac{10}{3}\text{, stąd } x_1=3 \text{ oraz } x_2=\frac{1}{3}$$

albo

- podajemy je bezpośrednio, np. zapisując pierwiastki trójmianu lub postać iloczynową trójmianu, lub zaznaczając je na wykresie

$$x_1=3\ ,\ x_2=\frac{1}{3} \text{ lub } (x-3)(3x-1) \text{ lub } 3(x-3)\left(x-\frac{1}{3}\right) \text{ lub}$$



<u>II sposób rozwiązania</u> (realizacja pierwszego etapu)

Wyznaczamy postać kanoniczną trójmianu kwadratowego $3x^2-10x+3$ i zapisujemy nierówność w postaci, np.

$$3\left(x-\frac{5}{3}\right)^2-\frac{16}{3}\le 0,\ \text{stąd}\ 3\left[\left(x-\frac{5}{3}\right)^2-\frac{16}{9}\right]\le 0,$$

a następnie

- przekształcamy nierówność tak, aby jej lewa strona była zapisana w postaci iloczynu

$$3\left[\left(x-\frac{5}{3}\right)-\frac{4}{3}\right]\cdot\left[\left(x-\frac{5}{3}\right)+\frac{4}{3}\right]\le 0,$$

$$3\left(x-\frac{9}{3}\right)\left(x-\frac{1}{3}\right)\le 0,$$

albo

- przekształcamy nierówność do postaci równoważnej, korzystając z własności wartości bezwzględnej

$$\left(x-\frac{5}{3}\right)^2\le\frac{16}{9},$$

$$\left|x-\frac{5}{3}\right|\le\frac{4}{3}.$$

Drugi etap rozwiązania:

Podajemy zbiór rozwiązań nierówności: $\left\langle \frac{1}{3},3\right\rangle$ lub $x\in\left\langle \frac{1}{3},3\right\rangle$.

<u>Schemat oceniania</u>

Zdający otrzymuje .... 1 pkt

gdy:

- zrealizuje pierwszy etap rozwiązania i na tym poprzestanie lub błędnie zapisze zbiór rozwiązań nierówności, np.
  - o obliczy lub poda pierwiastki trójmianu kwadratowego $x_1=3$, $x_2=\frac{1}{3}$ i na tym poprzestanie lub błędnie zapisze zbiór rozwiązań nierówności,
  - o zaznaczy na wykresie miejsca zerowe funkcji $f(x)=3x^2-10x+3$ i na tym poprzestanie lub błędnie zapisze zbiór rozwiązań nierówności,
  - o rozłoży trójmian kwadratowy $3x^2-10x+3$ na czynniki liniowe, np. $3(x-3)\left(x-\frac{1}{3}\right)$ i na tym poprzestanie lub błędnie rozwiąże nierówność,
  - o zapisze nierówność $\left|x-\frac{5}{3}\right|\le\frac{4}{3}$ i na tym poprzestanie lub błędnie zapisze zbiór rozwiązań nierówności,

albo

- realizując pierwszy etap popełni błąd (ale otrzyma dwa różne pierwiastki) i konsekwentnie do tego rozwiąże nierówność, np.
  - o popełni błąd rachunkowy przy obliczaniu wyróżnika lub pierwiastków trójmianu kwadratowego i konsekwentnie do popełnionego błędu rozwiąże nierówność,

- o błędnie zapisze równania wynikające ze wzorów Viète'a, np.: $x_1 + x_2 = -\frac{10}{3}$ i konsekwentnie do popełnionego błędu rozwiąże nierówność,
- o błędnie zapisze nierówność, np. $\left|x + \frac{5}{3}\right| \le \frac{4}{3}$ i konsekwentnie do popełnionego błędu rozwiąże nierówność.

Zdający otrzymuje .... 2 pkt
gdy:

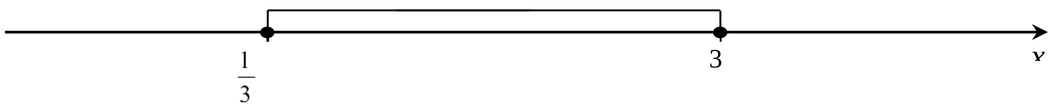
- poda zbiór rozwiązań nierówności: $\left\langle \frac{1}{3}, 3 \right\rangle$ lub $x \in \left\langle \frac{1}{3}, 3 \right\rangle$

albo

- sporządzi ilustrację geometryczną (oś liczbowa, wykres) i zapisze zbiór rozwiązań nierówności w postaci: $\frac{1}{3} \le x \le 3$

albo

- poda zbiór rozwiązań nierówności w postaci graficznej z poprawnie zaznaczonymi końcami przedziałów



<u>Uwaga</u>

Jeżeli zdający poprawnie obliczy pierwiastki trójmianu $x_1 = 3$, $x_2 = \frac{1}{3}$ i zapisze, np. $x \in \left\langle -\frac{1}{3}, 3 \right\rangle$, popełniając tym samym błąd przy przepisywaniu jednego z pierwiastków, to za takie rozwiązanie otrzymuje **2 punkty**.

Zadanie 27. (0–2)

Rozwiąż równanie $x\left(x^2 - 2x + 3\right) = 0$.

<u>Rozwiązanie</u>

<u>I sposób rozwiązania</u>

Z własności iloczynu otrzymujemy $x = 0$ lub $x^2 - 2x + 3 = 0$.

Równanie kwadratowe nie ma rozwiązań, ponieważ wyróżnik trójmianu $x^2 - 2x + 3$ jest ujemny ($\Delta = -8$).

Zatem jedynym rozwiązaniem równania jest $x = 0$.

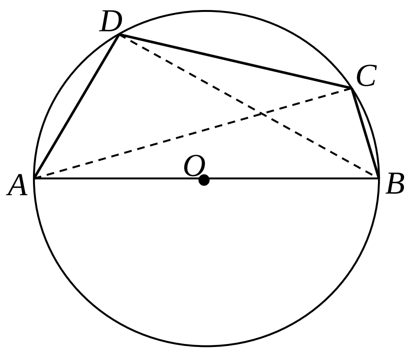
Schemat oceniania I sposobu rozwiązania

Zdający otrzymuje .... 1 pkt
gdy poda rozwiązanie $x=0$ i na tym poprzestanie lub popełni błąd przy rozwiązywaniu równania $x^2-2x+3=0$.

Zdający otrzymuje .... 2 pkt
gdy wyznaczy bezbłędnie rozwiązanie równania: $x=0$ i poprawnie uzasadni, że równanie nie ma innych rozwiązań, np. przez wyznaczenie ujemnego wyróżnika trójmianu x^2-2x+3.

Zadanie 28. (0–2)

Czworokąt *ABCD* wpisano w okrąg tak, że bok *AB* jest średnicą tego okręgu (zobacz rysunek). Udowodnij, że $|AD|^2+|BD|^2=|BC|^2+|AC|^2$.



Dowód
Kąt *ADB* jest prosty, jako kąt wpisany w okrąg oparty na jego średnicy.
Podobnie stwierdzamy, że kąt *ACB* jest prosty.
Z twierdzenia Pitagorasa dla tych trójkątów prostokątnych otrzymujemy

$$|AB|^2=|AD|^2+|BD|^2 \text{ oraz } |AB|^2=|AC|^2+|BC|^2.$$

Porównując prawe strony tych równości otrzymujemy tezę. To kończy dowód.

Schemat oceniania
Zdający otrzymuje... 1 pkt
gdy zauważy, że kąty *ADB* i *ACB* są proste, wykorzysta twierdzenie Pitagorasa i zapisze równości: $|AB|^2=|AD|^2+|BD|^2$, $|AB|^2=|AC|^2+|BC|^2$ i na tym poprzestanie lub dalej popełnia błędy.

Zdający otrzymuje... 2 pkt
gdy uzasadni równość.

Zadanie 29. (0–2)

Udowodnij, że dla dowolnych liczb rzeczywistych x, y prawdziwa jest nierówność $3x^2+5y^2-4xy\geq 0$.

I sposób rozwiązania

Nierówność $3x^2+5y^2-4xy\geq 0$ przekształcamy w sposób równoważny

$$x^2-4xy+4y^2+2x^2+y^2\geq 0,$$

$$\left(x-2y\right)^2+2x^2+y^2\geq 0.$$

Ta nierówność jest prawdziwa dla dowolnych liczb rzeczywistych x i y, gdyż kwadrat każdej liczby rzeczywistej jest nieujemny i suma kwadratów liczb nieujemnych również jest nieujemna.

Uwaga!

Nierówność $3x^2+5y^2-4xy\geq 0$ możemy przekształcić w sposób równoważny w nieco inny sposób:

$$2x^2-4xy+2y^2+x^2+3y^2\geq 0,$$

$$2\left(x^2-2xy+y^2\right)+x^2+3y^2\geq 0$$

$$2\left(x-y\right)^2+x^2+3y^2\geq 0.$$

Ta nierówność jest prawdziwa dla dowolnych liczb rzeczywistych x i y, gdyż kwadrat każdej liczby rzeczywistej jest nieujemny i suma kwadratów liczb nieujemnych również jest nieujemna.

To kończy dowód.

Schemat oceniania I sposobu rozwiązania

Zdający otrzymuje .... 1 pkt

gdy zapisze nierówność w postaci równoważnej

- $\left(x-2y\right)^2+2x^2+y^2\geq 0$

albo

- $2\left(x-y\right)^2+x^2+3y^2\geq 0$

i na tym poprzestanie lub dalej popełnia błędy.

Zdający otrzymuje .... 2 pkt

gdy zapisze nierówność w postaci równoważnej $\left(x-2y\right)^2+2x^2+y^2\geq 0$ lub $2\left(x-y\right)^2+x^2+3y^2\geq 0$ i uzasadni jej prawdziwość.

II sposób rozwiązania

Nierówność $3x^2-4xy+5y^2\geq 0$ możemy potraktować, jak nierówność kwadratową z niewiadomą x. Wyróżnik trójmianu po lewej stronie nierówności jest równy

$$\Delta=\left(-4y\right)^2-4\cdot 3\cdot\left(5y^2\right)=-44y^2\leq 0.$$

Stąd i z faktu, że współczynnik przy x^2 trójmianu $f(x)=3x^2-4xy+5y^2$ jest dodatni wynika, że trójmian ten przyjmuje tylko wartości nieujemne. To kończy dowód.

Schemat oceniania II spsosobu

Zdający otrzymuje .... 1 pkt

gdy wyznaczy wyróżnik trójmianu $f(x)=3x^2-4xy+5y^2$: $\Delta=-44y^2$ i na tym poprzestanie lub dalej popełnia błędy.

Zdający otrzymuje .... 2 pkt

gdy wyznaczy wyróżnik trójmianu $f(x)=3x^2-4xy+5y^2$, zapisze, że jest on niedodatni i wyciągnie wniosek, że trójmian przyjmuje tylko wartości nieujemne.

Zadanie 30. (0–2)

Funkcja kwadratowa f dla $x=-3$ przyjmuje wartość największą równą 4. Do wykresu funkcji f należy punkt $A=(-1,3)$. Zapisz wzór funkcji kwadratowej f.

I sposób rozwiązania

Wykorzystując fakt, że dla $x=-3$ funkcja kwadratowa f przyjmuje wartość największą równą 4, możemy zapisać: $f(x)=a\cdot(x+3)^2+4$.

Punkt $A=(-1,3)$ należy do wykresu funkcji, zatem możemy obliczyć wartość współczynnika *a*: $a\cdot(-1+3)^2+4=3$, stąd $a=-\frac{1}{4}$.

Zapisujemy wzór funkcji f w postaci $f(x)=-\frac{1}{4}\cdot(x+3)^2+4$.

Schemat oceniania I sposobu rozwiązania

Zdający otrzymuje ....1 p.

gdy

- Zapisze wzór funkcji, w którym nieznany jest tylko współczynnik stojący przy x^2, np. $f(x)=a\cdot(x+3)^2+4$,

albo

- popełni błąd rachunkowy przy obliczeniu współczynnika *a* i konsekwentnie do popełnionego błędu zapisze wzór funkcji kwadratowej *f*.

Zdający otrzymuje ....2 p.

gdy zapisze wzór funkcji kwadratowej f : np. $f(x)=-\frac{1}{4}\cdot(x+3)^2+4$.

<u>II sposób rozwiązania</u>

Funkcja kwadratowa może być opisana wzorem $f(x) = ax^2 + bx + c$.
Wykorzystując fakt, że funkcja kwadratowa f przyjmuje wartość największą dla $x = -3$, możemy zapisać: $\frac{-b}{2a} = -3$.
Stąd $b = 6a$, czyli $f(x) = ax^2 + 6ax + c$.
Punkt $W = (-3, 4)$ należy do wykresu funkcji, zatem możemy zapisać: $4 = 9a - 18a + c$
Stąd $c = 9a + 4$, czyli $f(x) = ax^2 + 6ax + 9a + 4$.
Punkt $A = (-1, 3)$ należy do wykresu funkcji, zatem możemy obliczyć wartość współczynnika *a*: $a - 6a + 9a + 4 = 3$, stąd $a = -\frac{1}{4}$.
Wyznaczamy wartości *b* i *c*: $b = -\frac{6}{4}$, $c = \frac{7}{4}$
Zapisujemy wzór funkcji f: $f(x) = -\frac{1}{4}x^2 - \frac{6}{4}x + \frac{7}{4}$.

<u>Schemat oceniania II sposobu rozwiązania</u>
Zdający otrzymuje ....1 p.
gdy
- Zapisze wzór funkcji, w którym nieznany jest tylko jeden współczynnik trójmianu kwadratowego $f(x) = ax^2 + bx + c$, np. $f(x) = ax^2 + 6ax + 9a + 4$,

albo

- popełni błędy rachunkowe przy obliczeniu współczynników *a*, *b*, *c* i konsekwentnie do popełnionych błędów zapisze wzór funkcji kwadratowej *f*.

Zdający otrzymuje ....2 p.
gdy zapisze wzór funkcji kwadratowej f : np. $f(x) = -\frac{1}{4}x^2 - \frac{6}{4}x + \frac{7}{4}$.

Zadanie 31. (0–2)

Ze zbioru liczb naturalnych dwucyfrowych losowo wybieramy jedną liczbę. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia A polegającego na tym, że otrzymamy liczbę podzielną przez 8 lub liczbę podzielną przez 12.

Rozwiązanie

Zbiór zdarzeń elementarnych Ω zawiera 90 liczb naturalnych dwucyfrowych. Jest to model klasyczny. Wśród tych liczb jest jedenaście liczb podzielnych przez 8, osiem liczb podzielnych przez 12 oraz cztery liczby podzielne zarówno przez 8, jak i przez 12. Zatem $|A| = 11 + 8 - 4 = 15$. Stąd $P(A) = \frac{15}{90} = \frac{1}{6}$.

Schemat oceniania

Zdający otrzymuje ....1 p.

gdy zapisze, że $|A| = 15$

albo

zapisze, że $|\Omega| = 90$

i na tym zakończy lub dalej popełni błędy.

Zdający otrzymuje ....2 p.

gdy obliczy i zapisze, że $P(A) = \frac{15}{90}$.

Uwaga

Jeżeli otrzymany wynik końcowy jest liczbą większa od 1, to zdający otrzymuje **0 punktów** za całe rozwiązanie.

Zadanie 32. (0–4)

Dany jest nieskończony rosnący ciąg arytmetyczny (a_n), dla $n \geq 1$, taki, że $a_5 = 18$. Wyrazy a_1, a_3 oraz a_{13} tego ciągu są odpowiednio pierwszym, drugim i trzecim wyrazem pewnego ciągu geometrycznego. Wyznacz wzór na *n*-ty wyraz ciągu (a_n).

Rozwiązanie

Zapisujemy kolejne wyrazy ciągu arytmetycznego (a_n) w zależności od a_5 oraz *r* – różnicy ciągu: $a_1 = a_5 - 4r$, $a_3 = a_5 - 2r$, $a_{13} = a_5 + 8r$ i po podstawieniu $a_5 = 18$ otrzymujemy:

$$a_1 = 18 - 4r, \quad a_3 = 18 - 2r, \quad a_{13} = 18 + 8r$$

Wyrazy te są odpowiednio pierwszym, drugim i trzecim wyrazem ciągu geometrycznego (b_n). Wykorzystując własności ciągu geometrycznego zapisujemy równanie:

$$(18 - 2r)^2 = (18 - 4r) \cdot (18 + 8r),$$

które następnie przekształcamy równoważnie

$$324 - 72r + 4r^2 = 324 - 72r + 144r - 32r^2,$$

$$36r^2 - 144r = 0.$$

Rozwiązaniami tego równania są: $r = 4,\ r = 0$.

Rozwiązanie $r = 0$ odrzucamy (ciąg (a_n) jest rosnący) i obliczamy a_1: $a_1 = 18 - 4 \cdot 4 = 2$.

Wyznaczamy *n*-ty wyraz ciągu (a_n): $a_n = 2 + (n-1) \cdot 4 = 4n - 2$.

Schemat oceniania

Rozwiązanie, w którym postęp jest niewielki, ale konieczny na drodze do pełnego rozwiązania zadania .... 1 pkt

Zdający zapisze kolejne wyrazy ciągu arytmetycznego (a_n) w zależności od a_5 oraz *r* – różnicy ciągu, np.: $a_1 = a_5 - 4r$, $a_3 = a_5 - 2r$, $a_{13} = a_5 + 8r$

lub

$a_1 = 18 - 4r$, $a_3 = 18 - 2r$, $a_{13} = 18 + 8r$

i na tym poprzestanie lub dalej popełni błędy.

Pokonanie zasadniczych trudności zadania .... 2 pkt

Zdający zastosuje własności ciągu geometrycznego i zapisze równanie, wynikające z tych własności: np. $(18 - 2r)^2 = (18 - 4r) \cdot (18 + 8r)$ lub $36r^2 - 144r = 0$ i na tym poprzestanie lub dalej popełni błędy.

Rozwiązanie zadania do końca lecz z usterkami, które jednak nie przekreślają poprawności rozwiązania (np. błędy rachunkowe) .... 3 pkt

Zdający
- rozwiąże równanie kwadratowe: $r=4$ lub $r=0$ i nie odrzuci rozwiązania $r=0$.

albo
- wyznaczy pierwszy wyraz ciągu (a_n): $a_1=2$ i na tym poprzestanie

albo
- popełni błąd przy wyznaczaniu *n*-tego wyrazu ciągu (a_n).

Rozwiązanie pełne .... 4 pkt

Zdający wyznaczy wzór na *n*-ty wyraz ciągu (a_n): $a_n=4n-2$.

Zadanie 33. (0–4)

Dany jest trójkąt równoramienny *ABC,* w którym $|AC|=|BC|$. Ponadto wiadomo, że $A=(-2,4)$ i $B=(6,-2)$. Wierzchołek *C* należy do osi *Oy*. Oblicz współrzędne wierzchołka *C*.

<u>I sposób rozwiązania</u>

Wyznaczamy współrzędne wierzchołka *C*: $C=(0,y)$.

Wierzchołek *C* należy do symetralnej odcinka *AB* (bo trójkąt *ABC* jest równoramienny, $|AC|=|BC|$). Stąd mamy równanie $\sqrt{2^2+(y-4)^2}=\sqrt{6^2+(y+2)^2}$.

Przekształcamy równanie do postaci: $4+y^2-8y+16=36+y^2+4y+4$ i obliczamy *y*: $y=-\frac{5}{3}$

.

Szukanym punktem *C* jest: $C=\left(0,-\frac{5}{3}\right)$.

<u>Schemat oceniania I sposobu rozwiązania</u>

Rozwiązanie, w którym postęp jest niewielki, ale konieczny na drodze do pełnego rozwiązania .... 1 pkt

Zdający ustali, że pierwsza współrzędna punktu *C* jest równa 0, zapisze współrzędne punktu *C*: $C=(0,y)$

i na tym poprzestanie lub dalej popełni błędy.

Rozwiązanie, w którym jest istotny postęp .... 2 pkt

Zdający wyznaczy $|AC|=\sqrt{2^2+(y-4)^2}$ oraz $|AB|=\sqrt{6^2+(y+2)^2}$

i na tym poprzestanie lub dalej popełni błędy.

Pokonanie zasadniczych trudności zadania .... 3 pkt

Zdający zapisze równanie z niewiadomą *y*: $\sqrt{2^2+(y-4)^2}=\sqrt{6^2+(y+2)^2}$ lub

$4+y^2-8y+16=36+y^2+4y+4$ i na tym poprzestanie lub dalej popełni błędy.

Rozwiązanie pełne .... 4 pkt

Zdający obliczy współrzędne punktu *C*: $C=\left(0,-\frac{5}{3}\right)$.

<u>II sposób rozwiązania</u>

Obliczamy współrzędne środka odcinka *AB*: $S=(2,1)$. Zauważamy, że punkt *C* należy do symetralnej odcinka *AB*. Obliczamy współczynnik kierunkowy prostej prostopadłej do prostej *AB*: $a=\frac{4}{3}$ i znajdujemy jej równanie: $4x-3y-5=0$. Ponieważ punkt *C* należy jednocześnie do osi *Oy*, zatem jego pierwsza współrzędna jest równa 0:

$\begin{cases}4x-3y-5=0\\ x=0\end{cases}$. Stąd mamy $y=-\frac{5}{3}$.

Szukanym punktem *C* jest: $C=\left(0,-\frac{5}{3}\right)$.

<u>Schemat oceniania II sposobu rozwiązania</u>

Rozwiązanie, w którym postęp jest niewielki, ale konieczny na drodze do pełnego rozwiązania .... 1 pkt

Zdający:

wyznaczy współrzędne środka odcinka *AB*: $S=(2,1)$

albo

wyznaczy współczynnik kierunkowy prostej *AB*: $a=-\frac{3}{4}$

i na tym poprzestanie lub dalej popełnia błędy.

Rozwiązanie, w którym jest istotny postęp .... 2 pkt

Zdający:

wyznaczy współrzędne środka odcinka *AB*: $S=(2,1)$

oraz

wyznaczy współczynnik kierunkowy prostej *AB*: $a=-\frac{3}{4}$

i na tym poprzestanie lub dalej popełnia błędy.

Pokonanie zasadniczych trudności zadania .... 3 pkt

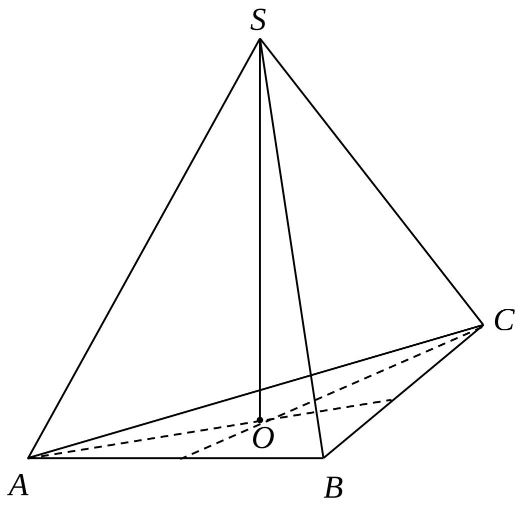
Zdający wyznaczy równanie symetralnej odcinka *AB*: $4x-3y-5=0$.

Rozwiązanie pełne .... 4 pkt

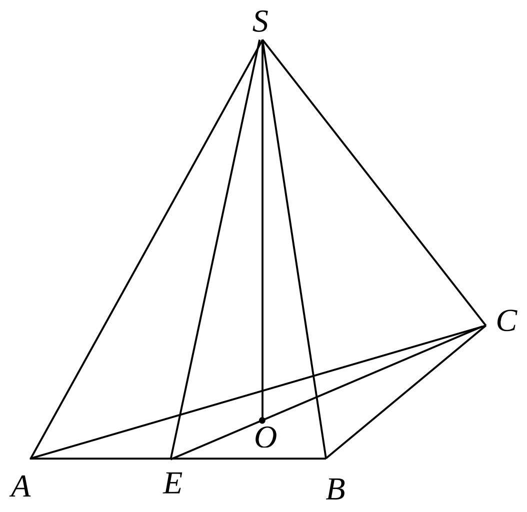
Zdający obliczy współrzędne punktu *C*: $C=\left(0,-\frac{5}{3}\right)$.

Zadanie 34. (0–5)

Objętość ostrosłupa prawidłowego trójkątnego *ABCS* jest równa $27\sqrt{3}$. Długość krawędzi *AB* podstawy ostrosłupa jest równa 6 (zobacz rysunek). Oblicz pole powierzchni całkowitej tego ostrosłupa.



Rozwiązanie



Obliczamy pole podstawy ostrosłupa: $P=\frac{6^2\sqrt{3}}{4}=9\sqrt{3}$. Oznaczmy wysokość ostrosłupa $|SO|=H$, wówczas objętość ostrosłupa jest równa: $V=\frac{1}{3}\cdot 9\sqrt{3}\cdot H$.

Z treści zadania objętość ostrosłupa jest równa $27\sqrt{3}$, stąd otrzymujemy równanie:

$27\sqrt{3}=\frac{1}{3}\cdot 9\cdot\sqrt{3}\cdot H$.

Zatem $H=9$.

Wysokość ściany bocznej ostrosłupa *SE* obliczymy z trójkąta prostokątnego *SOE*, w którym $|OE|=\frac{1}{3}|CE|$, czyli $|OE|=\frac{1}{3}\cdot\frac{6\sqrt{3}}{2}=\sqrt{3}$.

Z twierdzenia Pitagorasa dla tego trójkąta otrzymujemy równanie: $\left(\sqrt{3}\right)^2+9^2=|SE|^2$, stąd $|SE|=\sqrt{84}=2\sqrt{21}$.

Obliczamy pole powierzchni całkowitej ostrosłupa:

$$P_c=\frac{36\sqrt{3}}{4}+3\cdot\frac{1}{2}\cdot 6\cdot 2\sqrt{21}=9\sqrt{3}+18\sqrt{21}=9\left(\sqrt{3}+2\sqrt{21}\right).$$

<u>Schemat oceniania</u>

Rozwiązanie, w którym postęp jest niewielki, ale konieczny na drodze do pełnego rozwiązania zadania .... 1 pkt

Zdający obliczy pole podstawy ostrosłupa: $P=9\sqrt{3}$
i na tym poprzestanie lub dalej popełni błędy.

Rozwiązanie, w którym jest istotny postęp .... 2 pkt

Zdający obliczy wysokość ostrosłupa i długość odcinka *OE*: $H=9$, $|OE|=\sqrt{3}$
i na tym poprzestanie lub dalej popełni błędy.

Pokonanie zasadniczych trudności zadania .... 3 pkt

Zdający obliczy wysokość ściany bocznej *SE* ostrosłupa: $|SE|=\sqrt{84}=2\sqrt{21}$.

Rozwiązanie zadania do końca lecz z usterkami, które jednak nie przekreślają poprawności rozwiązania (np. błędy rachunkowe) .... 4 pkt

Rozwiązanie pełne .... 5 pkt

Zdający obliczy pole powierzchni całkowitej ostrosłupa: $P_c=9\sqrt{3}+18\sqrt{21}=9\left(\sqrt{3}+2\sqrt{21}\right)$.